

UNIXのMATLABに関する技術の修得

第三技術室システム制御技術班 林 庄司

1. はじめに

MATLABは1980年Moler博士によって開発された。最初はFortran言語を知らない人でも行列計算が対話的にできるようにという目的でMATLAB (Matrix Laboratory) という言語をFortran言語を用いて開発された。1985年にMATLABをC言語化し、機能と品質を大幅にアップして製品化され、工学の分野では圧倒的な顧客を得た。現在第4世代言語とよばれているコンピュータ言語に分類されている。

MATLABの特徴は以下のようである。¹⁾

1. 物理現象および社会現象の記述が簡単にできる。
2. 対話的に使え、モデルの変数やパラメータを即時に変更して数値実験ができる。
3. 簡単に機能群をToolboxとして追加することが可能である。
4. 行列やベクトルの演算をするのにサブルーチンを作ってcallするのではなく、数学記述のまま
でよい。 ($x^T y \longrightarrow x' * y : A x \longrightarrow A * x$)
5. 行列処理については、他に類をみない疎行列処理ができる。
6. 高度な計算と図形処理を自身の機能として持ち、数式処理ソフト (Maple Vなど) により数式処理を行うことができる。またイメージ画像を取り込み、画像処理を行い、動画として画面上に映すことができる。

今回の研修では、MATLABの基本的な使い方、SIMULINKを用い簡単な制御系モデルの記述とその解析を行ったので報告する。

2. システム構成とMATLAB言語

2. 1 システム構成

MATLABとしてはMATLAB4.2cを用い、Sun Work Station (AS4085) にX端末 (sony XP117) を接続して行った。ちなみに本MATLABは4ユーザ同時に使用可能で、WSに接続されているX端末は6台である。

WSにMATLABソフトとしてインストールされているものは、表1に示す通りである。行列計算、簡単な信号処理からSIMULINK, Neural Network, Pobust解析など制御問題を解くのに便利なツールやウェーブレット変換による解析、イメージ画像の作成など幅広いツールが備えられている。

2. 2 MATLAB言語の構成要素と機能

MATLABでは文字として英数字、特殊文字は使用できるが、かな文字は使用できない。また1個

のデータや変数名の中に空白を入れてはいけない。

ここでは制御問題を解く場合のコマンドおよび関数について、その主なものを表 2.1、表 2.2 に、表 3 には演算子と特殊文字を示す。²⁾

表 1 MATLAB ソフト一覧

名 称	内 容
MATLAB	数学的計算，工学的計算をするための行列に基づいたシステムで，対話的に物理現象および社会現象を扱う。
SIMULINK	動的な系をシミュレートするための対話型システムで，線形，非線形，連続型，離散型，多変量の系を扱う。
SIMULINK_Accelerator	SIMULINK用アクセラレータ。
Control_Toolbox	制御工学ならびにシステム理論によるモデリングの解析，設計を扱う。
Identification_Toolbox	システム同定のためのシミュレーションツール。
Robust_Toolbox	ロバストな多変数フィードバック制御システムにまつわるモデリング解析，設計を行う。
Signal_Toolbox	1次元，2次元デジタル信号処理のためのもので，デジタル・フィルタの設計と分析，パワー・スペクトル評価を行う。
Neural_Network_Toolbox	ニューラルネットワークを用いたシミュレーションツール。
Real-Time_Workshop	SIMULINKブロック図からCコードの生成を行う。
Image_Toolbox	イメージ画像作成ツール。
NCD_Toolbox	非線形システムのモデリング解析，設計を行う。
Wavelet_Toolbox	ウェーブレット変換を用い信号処理解析を扱う。

表 2.1 コマンドおよび関数

	コマンド	説 明
汎用コマンド	matlab load save quit type what	Matlabの駆動開始 Fileの読み込み Fileの保存 Matlabの終了 M_Fileの表示 M_Fileなどの一覧
制御と入力	for if while end input	ループ 条件付き実行文 条件のもとで文を実行 for, while, ifの範囲の終わりを示す。 入力へのプロンプト：x=input('x=')
行列	eye ones rand inv det tril triU diag lu qr eig	単位行列：A=eye(n) 要素が1からなる行列 一様乱数：Y=rand(m,n) 逆行列 行列式 下三角行列の取出し：L=tril(X) 上三角行列の取出し：L=triU(X) 対角行列 ガウス関数によるLU分解：[L,U]=lu(X) 直交三角分解：[Q,R]=qr(X) 固有値と固有ベクトル

表 2.2 コマンドおよび関数

	コマンド	説 明
関数	三角関数 対数と指数 複素数 abs max mean min std sum sqrt	sin, cos, tan, log, log10, exp real, imag, conj 絶対値 最大値 平均値 最小値 標準偏差 要素の合計 平方根
グラフィック	plot bar title step bode nyquist grid	線形プロット 棒グラフを描く グラフの表題 単位ステップ応答をプロット ボード線図のプロット ナイキスト線図のプロット グリッドラインを画く

表 3 演算子と特殊文字

演算子	意 味	演算子	意 味
+	加算		論理OR
-	減算	&	論理AND
*	乗算	~	論理NOT
/	右除算	%	コメント文
\	左除算	:	添字用
^	べき乗	;	出力の抑止
,	共役転置	<	より大
=	代入	>	より小

3. 行列の演算と連立方程式の解法

行列の計算は連立方程式，微分方程式の解法やデータ処理および解析をはじめとして制御工学などの工学分野への応用，3次元グラフィックスの座標計算などの分野に応用されている．しかしC言語やFortran言語などで行列の計算をするのは，熟練を要しないと甚だ難しく，またその計算に長時間を要するなどの問題がある．しかしMATLABの機能を用いるとごく簡単に，しかも短時間に解くことが可能である．

ここでは行列の四則計算，逆行列計算，連立方程式の解法を述べる．

今行列A，Bを次のように決定したとき，

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \text{-----}, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \text{-----}, & a_{2n} \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ a_{m1}, & a_{m2}, & \text{-----}, & a_{mn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11}, & b_{12}, & \text{-----}, & b_{1n} \\ b_{21}, & b_{22}, & \text{-----}, & b_{2n} \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ b_{n1}, & b_{n2}, & \text{-----}, & b_{nn} \end{pmatrix}$$

加算 $A + B$, 減算 $A - B$, 乗算 $A * B$, 除算 $(A / B, A \setminus B)$, 逆行列 A^{-1} , A の行列式 d は $d = \det(A)$ で求めることができる。

また連立方程式 $Ax = b$ の解法は, A が対称行列である場合 $x = A \setminus b$ として解くことができる。
 A が非対称行列である場合は, 下記に示すLU分解付きガウス法によって求めることができる。

今関数 `lu` を用いて

$$[L, U] = \text{lu}(A)$$

とすれば, 下三角行列が L に, 上三角行列が U に入っている。さらに $A = LU$ と分解すれば $Ax = b$ は $LUx = b$ となるから, $Ly = b$, $Ux = y$ を解けば x が求まる。 L と U は三角行列なので y と x は簡単に求まり, $y = L \setminus b$, $x = U \setminus y$ として実行すれば x が求まる。

〔例1〕乗算および逆行列の計算

今, 行列 A , B をランダム関数によって下記のように作成したとき, $A * B$, A^{-1} は以下のように求めることができる。

$$A = \begin{pmatrix} 0.2028 & 0.2722 & 0.7468 \\ 0.1987 & 0.1988 & 0.4451 \\ 0.6038 & 0.0153 & 0.9318 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0.4660 & 0.5252 & 0.8381 \\ 0.4186 & 0.2026 & 0.0196 \\ 0.8462 & 0.6721 & 0.6813 \end{pmatrix}$$

$$A * B = \begin{pmatrix} 0.8404 & 0.6636 & 0.6841 \\ 0.5525 & 0.4438 & 0.4737 \\ 1.0763 & 0.9465 & 1.1412 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \text{inv}(A) = \begin{pmatrix} -6.2736 & 8.5151 & 0.9605 \\ -2.9380 & 9.2091 & -2.0443 \\ 4.1133 & -5.6685 & 0.4843 \end{pmatrix}$$

〔例2〕3元連立1次方程式の解法

行列 A , B が右のような場合の3元連立1次

方程式 $Ax = b$ の解法は

$$A = [2 \ 3 \ 4; 3 \ 4 \ 6; 4 \ 3 \ 9];$$

$$b = [23 \ 29 \ 37]';$$

$$[L, U] = \text{lu}(A);$$

$$y = L \setminus b; \quad x = U \setminus y;$$

$$[x]$$

で求まる。結果は右のようである。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \\ 4 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 23 \\ 29 \\ 37 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

4. SIMULINK

4.1 基本的ブロックとその機能

SIMULINKは動的システムをシミュレーションするための対話型システムである。MATLABと同じシステム構成を必要とし、MATLABを拡張したものであり、MATLABのもつ一般的な関数機能を含んでいて、かつ動的システムを規定できるいくつかの機能を加えたものである。表4に主なSIMULINKブロックとその機能を示す。³⁾

4.2 モデルの定義と解析

SIMULINKはモデルの定義と解析の2つの機能に分けられる。まずモデルを定義するため、Block diagramウィンドウを開き、このウィンドウの中でマウスを使ってモデルを作成、修正する。その後、メニュー画面のオプションを使うか、MATLABのコマンドウィンドウの中でコマンドを入力することのどちらかで、これを解析する。

ここでは図2に示す非線形制御問題であるDuffing振動系モデルについてSIMULINKを用いてモデルを作成し、シミュレーションを行った。

この運動方程式は(1)式のように与えられる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + N_k = q(t) \quad (1)$$

ここで N_k は変位 x の関数で、

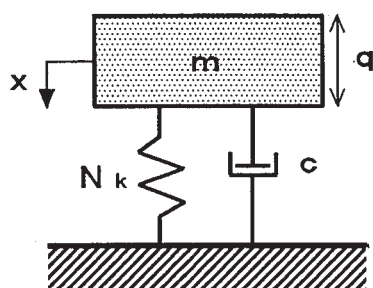


図2 Duffing振動系モデル

x: 物体の変位
m: 物体の質量
c: 減衰係数
q: 周期外力
 N_k : 非線形復元力

表4 SIMULINKブロックとその機能

	アイコン	名前	内容
出力		Scope	シミュレーション中に信号を表示
		To Workspace	データをワークスペースに転送
入力		Clock	システム時刻の発生
		From Workspace	ワークスペースのデータを読み込む
		Sine Wave	正弦波関数の発生
		Step Fcn.	ステップ関数の発生
		White Noise	ランダムノイズの発生
		Signal Generator	種々の信号を発生
連続線形要素		Gain	
		Integrator	積分器
		Sum	加算器
		Transfer Fcn.	連続系伝達関数システムの定義
		State-Space	連続系状態空間システムの定義
離散線形要素		Discrete State-Space	離散系状態空間システムの定義
		Discrete Transfer Fcn.	離散系伝達関数システムの定義
非線形要素		Dead Zone	不感帯
		Fcn.	一般的な関数ブロックの定義
		Relay	リレースイッチ
		Switch	分岐器
結合関係		Mux	スカラーをベクトルに変換
		Inport	入力端子
		Outport	出力端子

$N_k = kx + ax^3$ 外力 $q(t)$ は調和外力として

$q(t) = Q \cos(\omega t)$ で与えると(1)式は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + ax^3 = Q \cos(\omega t) \quad (2)$$

となる。(2)式よりDuffing振動系モデルのブロック図は図3で表され、図4にモデルの各種パラメータを任意に設定したときの応答特性を示す。

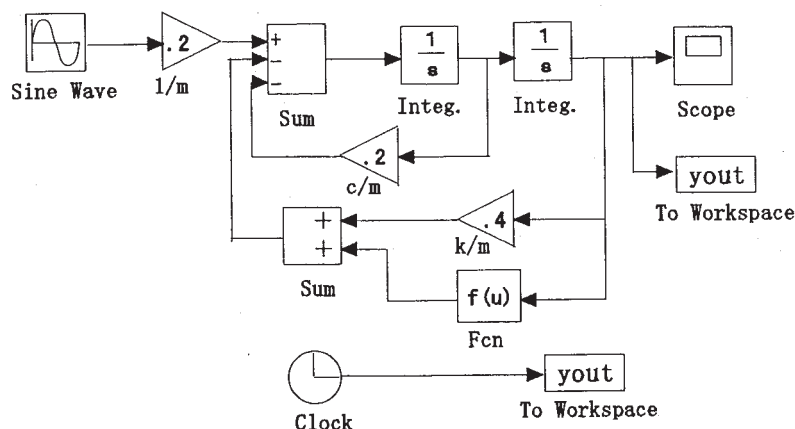


図3 Duffing振動系ブロック図

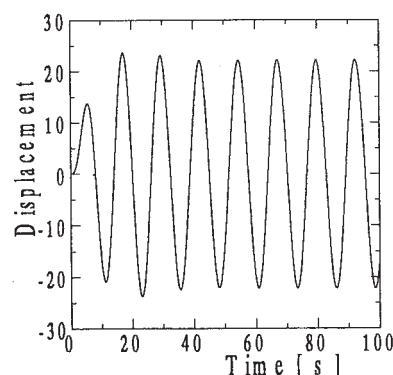


図4 Duffing振動系の応答特性

図3からもわかるように非線形の入った複雑な制御問題も、表4で示されているようなSIMULINKブロックを用いるとC言語、Fortran言語で記述された複雑で、且つ膨大なプログラムを作ることなく、Block diagramウィンドウ上にモデルのブロック図を作成して、対話的に解析することができる。このほか、PIDコントローラを用いたプロセス制御問題の解法も行い、その有効性の大きいことが認められた。今後、特に複雑な問題を解決するのに有効な方法であると思われる。

5. まとめ

MATLABは物理現象および社会現象のモデル化や記述が簡単にできる利点がある。データ処理や数式処理が対話的に行え、それらの結果をグラフ、動画として取り出すことができる。制御工学の分野だけではなく、広く工学の分野でC言語やFortran言語を使用しているユーザに第4世代言語として良く用いられている。

今回の研修ではMATLABの機能がいくつある中で、行列計算、方程式の解放、グラフ、データの取り出しなどMATLABの基本的な使い方、またその関連ソフトであるSIMULINKを用い、Duffing振動モデルなど制御問題を解く技術を修得できた。

6. 今後の課題

表1に示されていて今回修得できなかった Control System, Neural Network, Robust Control, Wavelet, System Identification解析などのMATLAB関連ソフトについても引き続き理解を深める必要がある。

特に制御問題を解く場合、その系が極めて複雑あるいは数学的に未知な場合についても系の解析が必要とされている。その場合MATLABは解析の有効な手段となりうるし、大学における研究と学生の技術指導上有用なものである。今後さらに広範囲にMATLAB全般にわたり理解を深め、一層の技術修得を計る必要があると思われる。

参考文献

- 1) 小国 力 MATLABと利用の実際 1995 サイエンス社
- 2) The MathWorks, Inc. MATLAB Use's Guide サイバネットシステム社
- 3) The MathWorks, Inc. SIMULINK Use's Guide サイバネットシステム社